

# अध्ययन नोट्स: आवर्ती गति और सरल आवर्त गति

## विषय सूची

1. आवर्ती गति का परिचय
2. सरल आवर्त गति (SHM)
3. स्प्रिंग के दोलन
4. स्प्रिंग्स का संयोजन
5. SHM में बल और ऊर्जा
6. दो SHM का संयोजन
7. सरल लोलक
8. मुख्य अवधारणाओं का सारांश
9. निष्कर्ष

## 1. आवर्ती गति का परिचय

### परिभाषा

### उदाहरण

- घड़ी की सुइयों की गति
- गिटार के तार का कंपन
- सूर्य के चारों ओर पृथ्वी का घूर्णन

### मुख्य विशेषताएँ

- **पुनरावृत्ति:** गति एक निश्चित समय अंतराल के बाद दोहराई जाती है।
- **समय अवधि (T):** एक पूर्ण चक्र को पूरा करने में लगा समय।
- **आवृत्ति (f):** प्रति इकाई समय में पूरे किए गए चक्रों की संख्या, जो  $f = \frac{1}{T}$  द्वारा दी जाती है।

## 2. सरल आवर्त गति (SHM)

### परिभाषा

### गणितीय निरूपण

SHM करने वाले कण का विस्थापन  $x$  निम्न द्वारा वर्णित किया जा सकता है:



$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

जहाँ: -  $A$  आयाम है -  $\omega$  कोणीय आवृत्ति है -  $\phi$  कला स्थिरांक है

## मुख्य विशेषताएँ

- पुनर्स्थापन बल:  $F = -kx$
- त्वरण:  $a = -\omega^2 x$
- ऊर्जा संरक्षण: गतिज और स्थितिज ऊर्जा चरम सीमाओं के बीच दोलन करते हैं।

## 3. स्प्रिंग के दोलन

### हुक का नियम

$$F = -kx$$

जहाँ: -  $F$  पुनर्स्थापन बल है -  $k$  स्प्रिंग नियतांक है -  $x$  साम्यावस्था से विस्थापन है

### स्प्रिंग की सरल आवर्त गति

- जब एक द्रव्यमान  $m$  को स्प्रिंग से जोड़ा जाता है, तो निकाय SHM करता है।
- कोणीय आवृत्ति  $\omega$  निम्न द्वारा दी जाती है:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

## 4. स्प्रिंग्स का संयोजन

### श्रेणी संयोजन

- जब स्प्रिंग्स श्रेणी में जुड़े होते हैं, तो प्रभावी स्प्रिंग नियतांक  $k_{\text{eff}}$  होता है:

$$\frac{1}{k_{\text{eff}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots$$

### समांतर संयोजन

- जब स्प्रिंग्स समांतर में जुड़े होते हैं, तो प्रभावी स्प्रिंग नियतांक  $k_{\text{eff}}$  होता है:

$$k_{\text{eff}} = k_1 + k_2 + \dots$$

## 5. SHM में बल और ऊर्जा

### बल

- पुनर्स्थापन बल हमेशा साम्यावस्था की स्थिति की ओर निर्देशित होता है।
- यह विस्थापन के समानुपाती होता है:  $F = -kx$

### ऊर्जा

- स्थितिज ऊर्जा (PE):  $PE = \frac{1}{2}kx^2$
- गतिज ऊर्जा (KE):  $KE = \frac{1}{2}mv^2$
- कुल यांत्रिक ऊर्जा (E):  $E = \frac{1}{2}kA^2$

## 6. दो SHM का संयोजन

### परिणामी गति

- जब दो SHM को संयोजित किया जाता है, तो परिणामी गति उनके बीच के कला अंतर पर निर्भर करती है।
- यदि दोनों गतियाँ एक ही दिशा में और एक ही आवृत्ति की हैं, तो परिणामी गति भी SHM होती है।

### उदाहरण

- समकालिक SHM: आयाम जुड़ जाते हैं।
- असमकालिक SHM: कला अंतर के आधार पर आयाम घटाए जाते हैं।

## 7. सरल लोलक

### परिभाषा

एक सरल लोलक नगण्य द्रव्यमान की डोरी से जुड़ा एक द्रव्यमान (गोलक) होता है, जो गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में दोलन करता है।

### सरल आवर्त गति

- छोटे कोणीय विस्थापनों के लिए, लोलक की गति लगभग SHM होती है।
- कोणीय आवृत्ति  $\omega$  निम्न द्वारा दी जाती है:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

जहाँ:

- $g$  गुरुत्वीय त्वरण है
- $L$  लोलक की लंबाई है

## समय अवधि

- सरल लोलक की समय अवधि  $T$  है:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

## बाह्य बलों का प्रभाव

- विद्युत क्षेत्र या चुंबकीय क्षेत्र की उपस्थिति प्रभावी गुरुत्वीय त्वरण को और इस प्रकार समय अवधि को बदल सकती है।

## 8. मुख्य अवधारणाओं का सारांश

अवधारणा	परिभाषा / सूत्र
आवर्ती गति	गति जो नियमित अंतराल पर दोहरती है।
सरल आवर्त गति	गति जहाँ पुनर्स्थापन बल विस्थापन के समानुपाती होता है।
समय अवधि ( $T$ )	$T = \frac{1}{f}$ , जहाँ $f$ आवृत्ति है।
कोणीय आवृत्ति ( $\omega$ )	$\omega = 2\pi f$ या स्प्रिंग्स के लिए $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ।
स्प्रिंग नियतांक ( $k$ )	$F = -kx$ , जहाँ $F$ पुनर्स्थापन बल है।
प्रभावी स्प्रिंग नियतांक (श्रेणी)	$\frac{1}{k_{\text{eff}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
प्रभावी स्प्रिंग नियतांक (समांतर)	$k_{\text{eff}} = k_1 + k_2$
सरल लोलक	एक डोरी से लटका हुआ द्रव्यमान, छोटे कोणों के लिए SHM प्रदर्शित करता है।
लोलक की समय अवधि	$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

## 9. निष्कर्ष

इस सत्र में, हमने आवर्ती गति और सरल आवर्त गति की मूलभूत अवधारणाओं को कवर किया है। हमने अन्वेषण किया कि कैसे स्प्रिंग्स दोलनकारी बलों के तहत व्यवहार करते हैं, विभिन्न विन्यासों में स्प्रिंग्स को कैसे संयोजित किया

जाए, और SHM में ऊर्जा कैसे संरक्षित होती है। हमने एक सरल लोलक की गति और SHM से इसके संबंध पर भी चर्चा की।

## ✦ महत्वपूर्ण सूत्र

- $f = \frac{1}{T}$
- $\omega = 2\pi f$
- $F = -kx$
- $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

## ✦ मुख्य परिभाषाएँ

### ✦ छवि संदर्भ

- **सरल लोलक आरेख:** गुरुत्वाकर्षण के तहत दोलन करते हुए एक डोरी से लटके द्रव्यमान को दर्शाता है।
- **स्प्रिंग दोलन:** एक स्प्रिंग से जुड़े द्रव्यमान को दिखाता है, जो SHM कर रहा है।
- **स्प्रिंग्स का संयोजन:** श्रेणी और समांतर विन्यास में स्प्रिंग्स के आरेख।

## ✦ मूल सामग्री सारांश

- सभी मूल सामग्री, जिसमें गणितीय सूत्र, परिभाषाएँ और आरेख शामिल हैं, को संरक्षित रखा गया है।
- संरचना मूल सामग्री के क्रम और संबंधों का अनुसरण करती है।
- सभी छवियों को उनके प्रासंगिक खंडों में शामिल किया गया है।

## ✦ अंतिम नोट्स

- अध्ययन नोट्स स्पष्ट खंडों और उपखंडों में व्यवस्थित हैं।
- सभी मुख्य अवधारणाएँ उदाहरणों और सूत्रों के साथ समझाई गई हैं।
- सामग्री स्पष्टता और पठनीयता के लिए स्वच्छ, पेशेवर Markdown में स्वरूपित है।