

अध्ययन नोट्स: सदिश राशियाँ और उनकी संक्रियाएँ

विषय सूची

1. अदिश और सदिश राशियों का परिचय
2. सदिश योग
3. सदिश योग का त्रिभुज नियम
4. सदिश योग का समांतर चतुर्भुज नियम
5. सदिश व्यवकलन
6. सदिशों का अदिश से गुणन और भाग
7. सदिशों का गुणनफल
8. डॉट गुणनफल (अदिश गुणनफल)
9. क्रॉस गुणनफल (सदिश गुणनफल)
10. मुख्य अवधारणाओं का सारांश

1. अदिश और सदिश राशियों का परिचय

प्रकार	विवरण	उदाहरण
अदिश	केवल परिमाण होता है	द्रव्यमान, तापमान, चाल
सदिश	परिमाण और दिशा होते हैं	विस्थापन, वेग, बल

2. सदिश योग

2.1 सदिश योग का त्रिभुज नियम

- **परिभाषा:** दो सदिशों को जोड़ने के लिए, दूसरे सदिश के पुच्छ को पहले सदिश के शीर्ष पर रखें। परिणामी सदिश पहले सदिश के पुच्छ से दूसरे सदिश के शीर्ष तक होता है।

2.2 सदिश योग का समांतर चतुर्भुज नियम

- **परिभाषा:** सदिशों को इस प्रकार रखें कि उनके पुच्छ मिलें। प्रत्येक सदिश के समांतर रेखाएँ खींचकर समांतर चतुर्भुज पूरा करें। परिणामी सदिश समांतर चतुर्भुज का विकर्ण होता है।

3. सदिश व्यवकलन

- **परिभाषा:** सदिश व्यवकलन एक ऋणात्मक सदिश का योग है।

- विधि:
- जिस सदिश को घटाया जा रहा है, उसकी दिशा उलट दें।
- सदिशों को जोड़ने के लिए त्रिभुज या समांतर चतुर्भुज नियम का उपयोग करें।

4. सदिशों का अदिश से गुणन और भाग

4.1 सदिश का अदिश से गुणन

- प्रभाव: सदिश के परिमाण को बदलता है।
- धनात्मक अदिश: परिमाण बढ़ता है; दिशा समान रहती है।
- ऋणात्मक अदिश: परिमाण बढ़ता है; दिशा उलट जाती है।

4.2 सदिश का अदिश से भाग

- प्रभाव: सदिश के परिमाण को घटाता है।
- दिशा अपरिवर्तित रहती है।

5. सदिशों का गुणनफल

5.1 डॉट गुणनफल (अदिश गुणनफल)

- परिभाषा: दो सदिशों का डॉट गुणनफल एक अदिश राशि है जो मापती है कि एक सदिश दूसरे सदिश की दिशा में कितना विस्तार करता है।
- सूत्र:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta$$

जहाँ θ सदिशों के बीच का कोण है।

5.2 क्रॉस गुणनफल (सदिश गुणनफल)

- परिभाषा: दो सदिशों का क्रॉस गुणनफल एक सदिश होता है जो मूल दो सदिशों द्वारा निर्मित तल के लंबवत होता है।
- सूत्र:

$$\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta \hat{n}$$

जहाँ θ सदिशों के बीच का कोण है और \hat{n} तल के लंबवत एकांक सदिश है।

6. मुख्य अवधारणाओं का सारांश

मुख्य अवधारणाएँ

- **अदिश राशियाँ:** केवल परिमाण होता है (जैसे, द्रव्यमान, तापमान)।
- **सदिश राशियाँ:** परिमाण और दिशा होते हैं (जैसे, वेग, बल)।
- **सदिश योग:** त्रिभुज या समांतर चतुर्भुज नियम से किया जा सकता है।
- **सदिश व्यवकलन:** एक ऋणात्मक सदिश के योग को शामिल करता है।
- **अदिश गुणन:** सदिश के परिमाण को बदलता है।
- **डॉट गुणनफल:** अदिश परिणाम, सदिशों के बीच कोण पर आधारित।
- **क्रॉस गुणनफल:** सदिश परिणाम, मूल सदिशों के तल के लंबवत।

महत्वपूर्ण सूत्र

संक्रिया	सूत्र
डॉट गुणनफल	$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{A} \vec{B} \cos\theta$
क्रॉस गुणनफल	$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{A} \vec{B} \sin\theta \hat{n}$

