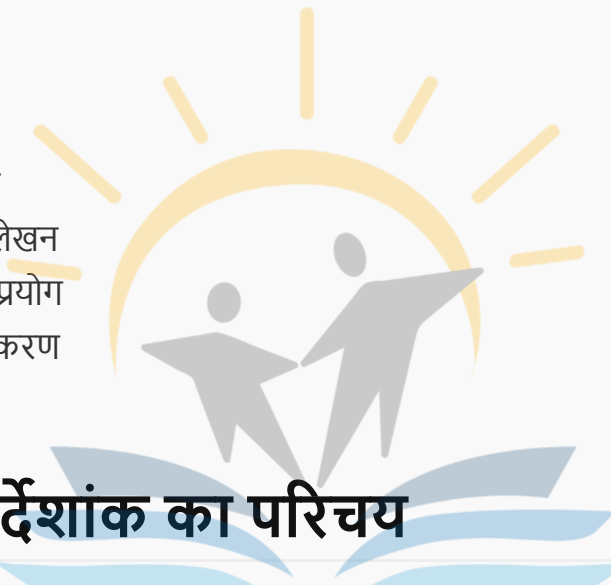


अध्ययन नोट्स: आयताकार निर्देशांक और संबंधित अवधारणाएँ

विषय सूची

1. आयताकार निर्देशांक का परिचय
2. निर्देशांक तल और अक्ष
3. निर्देशांक तल पर बिंदु आलेखित करना
4. दूरी सूत्र
5. मध्यबिंदु सूत्र
6. रेखा की ढाल
7. रेखाओं के समीकरण
8. ढाल-अवरोधन रूप
9. बिंदु-ढाल रूप
10. रेखा का सामान्य रूप
11. समांतर और लंबवत रेखाएँ
12. रेखिक समीकरणों का आलेखन
13. निर्देशांक ज्यामिति के अनुप्रयोग
14. बिन्दुपथ और उसका समीकरण
15. सारांश



1. आयताकार निर्देशांक का परिचय

आयताकार निर्देशांक, जिन्हें कार्तीय निर्देशांक भी कहा जाता है, दो लंबवत अक्षों का उपयोग करके एक तल में बिंदुओं को स्थित करने के लिए प्रयुक्त एक प्रणाली है।

2. निर्देशांक तल और अक्ष

2.1 निर्देशांक तल

- दो लंबवत संख्या रेखाओं के प्रतिच्छेदन से बनने वाला द्वि-आयामी तल: **x-अक्ष** और **y-अक्ष**।
- प्रतिच्छेदन बिंदु को **मूल बिंदु** (0, 0) कहते हैं।

2.2 अक्ष

- **x-अक्ष**: क्षैतिज अक्ष
- **y-अक्ष**: लंबवत अक्ष

3. निर्देशांक तल पर बिंदु आलेखित करना

3.1 चतुर्थांश

- निर्देशांक तल को चार चतुर्थांशों में विभाजित किया गया है:
- चतुर्थांश I: (+, +)
- चतुर्थांश II: (-, +)
- चतुर्थांश III: (-, -)
- चतुर्थांश IV: (+, -)

3.2 एक बिंदु आलेखित करना

- एक बिंदु को (x, y) के रूप में दर्शाया जाता है, जहाँ:
- x मूल बिंदु से क्षैतिज दूरी है
- y मूल बिंदु से लंबवत दूरी है

4. दूरी सूत्र

4.1 सूत्र

दो बिंदुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2) के बीच की दूरी निम्न द्वारा दी जाती है:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

4.2 उदाहरण

- $(1, 2)$ और $(4, 6)$ के बीच की दूरी:

$$d = \sqrt{(4 - 1)^2 + (6 - 2)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

5. मध्यबिंदु सूत्र

5.1 सूत्र

बिंदुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2) को जोड़ने वाले रेखा खंड का मध्यबिंदु है:

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

5.2 उदाहरण

- $(2, 4)$ और $(6, 8)$ के बीच का मध्यबिंदु:

$$M = \left(\frac{2+6}{2}, \frac{4+8}{2} \right) = (4, 6)$$

6. रेखा की ढाल

6.1 परिभाषा

ढाल एक रेखा की ढलान का माप है। इसे निम्न प्रकार परिभाषित किया जाता है:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

6.2 व्याख्या

- धनात्मक ढाल: रेखा बाएं से दाएं बढ़ती है
- ऋणात्मक ढाल: रेखा बाएं से दाएं घटती है
- शून्य ढाल: क्षैतिज रेखा
- अपरिभाषित ढाल: लंबवत रेखा

7. रेखाओं के समीकरण

7.1 सामान्य रूप

- एक रेखा को विभिन्न रूपों में दर्शाया जा सकता है:
- मानक रूप: $Ax + By = C$
- ढाल-अवरोधन रूप: $y = mx + b$
- बिंदु-ढाल रूप: $y - y_1 = m(x - x_1)$

8. ढाल-अवरोधन रूप

8.1 सूत्र

$$y = mx + b$$

- **m**: रेखा की ढाल - **b**: y-अवरोधन (जहाँ रेखा y-अक्ष को काटती है)

8.2 उदाहरण

- ढाल 2 और y-अवरोधन 3 वाली रेखा:

$$y = 2x + 3$$

9. बिंदु-ढाल रूप

9.1 सूत्र

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

- m: रेखा की ढाल - (x_1, y_1) : रेखा पर एक बिंदु

9.2 उदाहरण

- ढाल 3 वाली और बिंदु (2, 5) से गुजरने वाली रेखा:

$$y - 5 = 3(x - 2)$$

सरलीकृत:

$$y = 3x - 6 + 5 = 3x - 1$$

10. रेखा का सामान्य रूप

10.1 सूत्र

SATHEE

$$Ax + By + C = 0$$

- A, B, और C अचर हैं

10.2 उदाहरण

- रेखा $2x + 3y - 6 = 0$

11. समांतर और लंबवत रेखाएँ

11.1 समांतर रेखाएँ

- दो रेखाएँ समांतर होती हैं यदि उनकी ढाल समान हो।

11.2 लंबवत रेखाएँ

- दो रेखाएँ लंबवत होती हैं यदि उनकी ढालों का गुणनफल -1 है:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

12. रैखिक समीकरणों का आलेखन

12.1 रेखा आलेखित करने के चरण

- समीकरण को ढाल-अवरोधन रूप $y = mx + b$ में बदलें।
- y -अवरोधन $(0, b)$ आलेखित करें।
- ढाल का उपयोग करके एक अन्य बिंदु ज्ञात करें।
- दोनों बिंदुओं से होकर जाने वाली सीधी रेखा खींचें।

13. निर्देशांक ज्यामिति के अनुप्रयोग

13.1 वास्तविक-विश्व अनुप्रयोग

- मानचित्रण और नेविगेशन
- इंजीनियरिंग और वास्तुकला
- कंप्यूटर ग्राफिक्स और गेम डिज़ाइन
- भौतिकी और गति विश्लेषण

14. बिन्दुपथ और उसका समीकरण

14.1 बिन्दुपथ की परिभाषा

- एक **बिन्दुपथ** उन बिंदुओं का समूह है जो किसी दी गई शर्त या शर्तों के समुच्चय को संतुष्ट करते हैं।

14.2 बिन्दुपथ का समीकरण

- एक बिन्दुपथ का समीकरण एक बीजीय संबंध है जो बिन्दुपथ पर सभी बिंदुओं के निर्देशांकों द्वारा संतुष्ट होता है।

14.3 एक बिंदु का बिन्दुपथ ज्ञात करने के चरण

- गतिमान बिंदु के निर्देशांक **मान लें**: (h, k)
- दी गई शर्त लिखें** जिसमें h और k शामिल हों
- किसी भी चर को हटाएं** (यदि लागू हो)
- अंतिम समीकरण प्राप्त करने के लिए $h \rightarrow x$ और $k \rightarrow y$ को **प्रतिस्थापित करें**

15. सारांश

अवधारणा	परिभाषा
समतल निर्देशांक	x-अक्ष और y-अक्ष द्वारा निर्मित एक तल
मूल बिंदु	वह बिंदु (0, 0) जहाँ अक्ष प्रतिच्छेद करते हैं
चतुर्थांश	अक्षों द्वारा विभाजित चार क्षेत्र
दूरी सूत्र	$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
मध्यबिंदु सूत्र	$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$
ढाल	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
ढाल-अवरोधन रूप	$y = mx + b$
बिंदु-ढाल रूप	$y - y_1 = m(x - x_1)$
सामान्य रूप	$Ax + By + C = 0$
बिन्दुपथ	एक शर्त को संतुष्ट करने वाले बिंदुओं का समूह

