

# सामग्री की तालिका

1. द्विपद प्रमेय
  - 1.1. परिभाषा और विस्तार
  - 1.2. मुख्य अवधारणाएँ
  - 1.3. अनुप्रयोग
2. द्विपद गुणांक
  - 2.1. गुण
  - 2.2. उदाहरण
3. द्विपद प्रमेय का सारांश

## 1. द्विपद प्रमेय

### 1.1. परिभाषा और प्रसार

**द्विपद प्रमेय** एक बीजीय व्यंजक है जो एक द्विपद की घातों (जैसे  $(x + y)^n$ ) को द्विपद गुणांकों वाले पदों के योग में विस्तारित करता है।

bullet-point सूत्र:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

- स्पष्टीकरण:

प्रसार में प्रत्येक पद  $\binom{n}{k} x^{n-k} y^k$  के रूप में होता है, जहाँ  $\binom{n}{k}$  द्विपद गुणांक है।

- अक्रणात्मक घातांक:

$ax^b y^c$  में घातांक  $b$  और  $c$ ,  $b + c = n$  को संतुष्ट करते हैं।

### 1.2. मुख्य अवधारणाएँ

- द्विपद गुणांक:

$\binom{n}{k}$  की गणना  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$  के रूप में की जाती है।

- सममिति:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

- विशेष स्थितियाँ:

- $(x + y)^0 = 1$

- $(x + y)^1 = x + y$

- $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

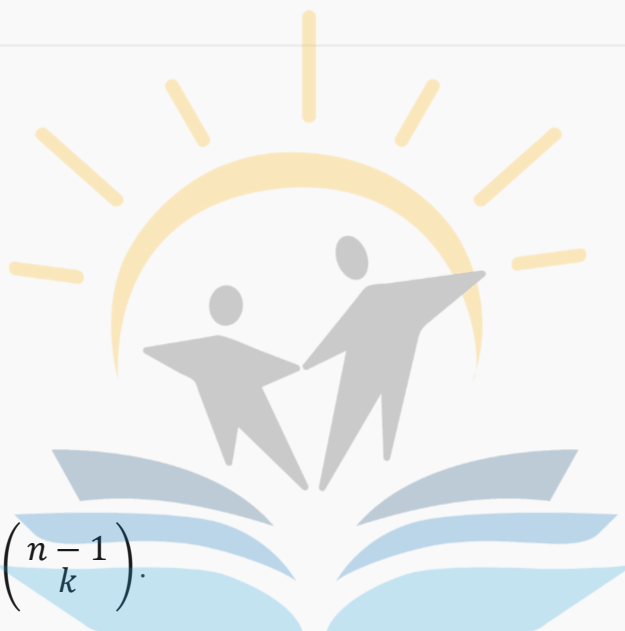
### 1.3. अनुप्रयोग

- **विभाज्यता समस्याएँ:**  
उदाहरण:  $(1 + \alpha)^n - 1$ ,  $\alpha$  से विभाज्य है।
- **शेषफल-भाजक संबंध:**  
बहुपद विभाजन में शेषफल और भाजक के बीच का संबंध।
- **कैलकुलस:**  
टेलर श्रेणी प्रसार और फलन के व्यवहार के विश्लेषण में प्रयुक्त।
- **ऋणात्मक/भिन्नात्मक घातांक:**  
यह प्रमेय अपूर्णाकीय घातांकों तक विस्तारित होता है, उदाहरणार्थ  $(1 + x)^r$  जहाँ  $r$  परिमेय है।

## 2. द्विपद गुणांक

### 2.1. गुणधर्म

- **समरूपता:**  
$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$
- **गुणांकों का योग:**  
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$
- **पुनरावर्ती संबंध:**  
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$
- **कॉम्बिनेटोरियल व्याख्या:**  
 $n$  से  $k$  तत्वों को चुनने के तरीकों की संख्या को दर्शाता है।



### 2.2. उदाहरण

- **विभाज्यता उदाहरण:**  
 $(1 + \alpha)^n - 1$ ,  $\alpha$  द्वारा विभाज्य है।
- **सामान्य विस्तार:**  
 $(x + y)^n$  के लिए, गुणांक पास्कल त्रिभुज के पैटर्न का अनुसरण करते हैं।
- **ऋणात्मक घातांक:**  
 $(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$  (अनंत श्रृंखला)।

### 3. द्विपद प्रमेय का सारांश

- मुख्य अवधारणा:  
 $(x + y)^n$  का विस्तार द्विपद गुणांकों वाले पदों के योग के रूप में करता है।
- सूत्र:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

- मुख्य घटक:
- द्विपद गुणांक:  $\binom{n}{k}$
- घातांक:  $b + c = n$
- अनुप्रयोग: विभाज्यता, कैलकुलस, श्रेणी विस्तार।
- विशेष स्थितियाँ:
- $n = 0$ : परिणाम 1 है।
- $n = 1$ : परिणाम  $x + y$  है।
- $n = 2$ : परिणाम  $x^2 + 2xy + y^2$  है।

