

सामग्री की तालिका

1. द्विपद प्रमेय
 - 1.1. परिभाषा और विस्तार
 - 1.2. मुख्य अवधारणाएँ
 - 1.3. अनुप्रयोग
2. द्विपद गुणांक
 - 2.1. गुण
 - 2.2. उदाहरण
3. द्विपद प्रमेय का सारांश

1. द्विपद प्रमेय

1.1. परिभाषा और प्रसार

द्विपद प्रमेय एक बीजीय व्यंजक है जो एक द्विपद की घातों (जैसे $(x + y)^n$) को द्विपद गुणांकों वाले पदों के योग में विस्तारित करता है।

bullet-point रसूत्र:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

- स्पष्टीकरण:

प्रसार में प्रत्येक पद $\binom{n}{k} x^{n-k} y^k$ के रूप में होता है, जहाँ $\binom{n}{k}$ द्विपद गुणांक है।

- अक्रणात्मक घातांक:

$ax^b y^c$ में घातांक b और c , $b + c = n$ को संतुष्ट करते हैं।

1.2. मुख्य अवधारणाएँ

• द्विपद गुणांक:

$\binom{n}{k}$ की गणना $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ के रूप में की जाती है।

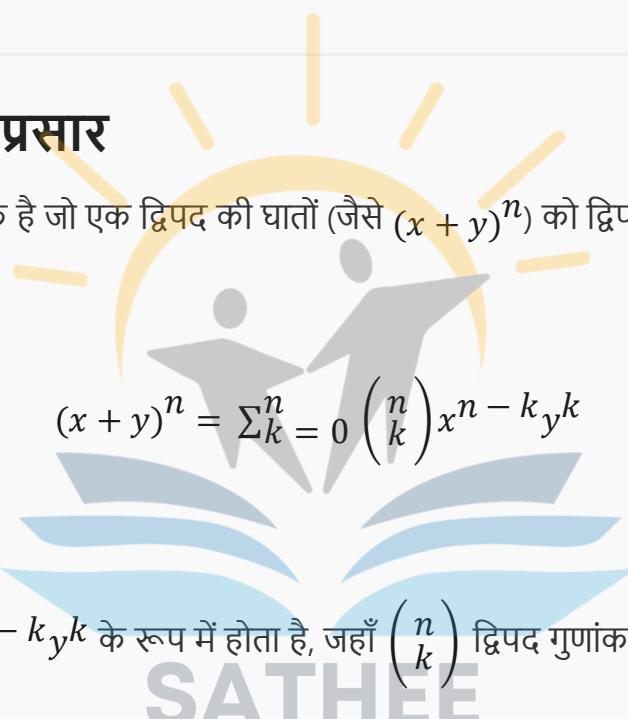
• सममिति:

$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$.

• विशेष स्थितियाँ:

• $(x + y)^0 = 1$

• $(x + y)^1 = x + y$



- $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

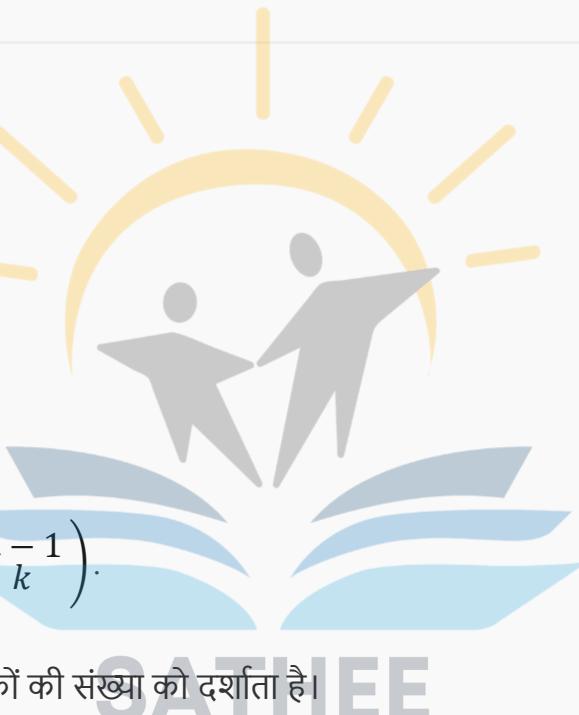
1.3. अनुप्रयोग

- **विभाज्यता समस्याएँ:**
उदाहरण: $(1 + \alpha)^n - 1$, α से विभाज्य है।
- **शेषफल-भाजक संबंध:**
बहुपद विभाजन में शेषफल और भाजक के बीच का संबंध।
- **कैलकुलस:**
टेलर श्रेणी प्रसार और फलन के व्यवहार के विश्लेषण में प्रयुक्त।
- **ऋणात्मक/भिन्नात्मक घातांक:**
यह प्रमेय अपूर्णांकीय घातांकों तक विस्तारित होता है, उदाहरणार्थ $(1 + x)^r$ जहाँ r परिमेय है।

2. द्विपद गुणांक

2.1. गुणधर्म

- **समरूपता:**
$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$
.
- **गुणांकों का योग:**
$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$
- **पुनरावर्ती संबंध:**
$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$
- **कॉम्बिनेटोरियल व्याख्या:**
 n से k तत्वों को चुनने के तरीकों की संख्या को दर्शाता है।



2.2. उदाहरण

- **विभाज्यता उदाहरण:**
 $(1 + \alpha)^n - 1$, α द्वारा विभाज्य है।
- **सामान्य विस्तार:**
 $(x + y)^n$ के लिए, गुणांक पास्कल त्रिभुज के पैटर्न का अनुसरण करते हैं।
- **ऋणात्मक घातांक:**
$$(1 + x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$$
 (अनंत श्रृंखला)।

3. द्विपद प्रमेय का सारांश

- मुख्य अवधारणा:

$(x + y)^n$ का विस्तार द्विपद गुणांकों वाले पदों के योग के रूप में करता है।

- सूत्र:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

- मुख्य घटक:

- द्विपद गुणांक: $\binom{n}{k}$

- घातांक: $b + c = n$

- अनुप्रयोग: विभाज्यता, कैलकुलस, श्रेणी विस्तार।

- विशेष स्थितियाँ:

- $n = 0$: परिणाम 1 है।

- $n = 1$: परिणाम $x + y$ है।

- $n = 2$: परिणाम $x^2 + 2xy + y^2$ है।

