

# अध्ययन नोट्स: अनुक्रम और श्रृंखला

## विषय सूची

1. अनुक्रम और श्रृंखला का परिचय
2. समांतर श्रेणी (AP)
3. मुख्य अवधारणाएँ
4. सूत्र
5. उदाहरण
6. गुणोत्तर श्रेणी (GP)
7. मुख्य अवधारणाएँ
8. सूत्र
9. उदाहरण
10. मुख्य सूत्रों का सारांश
11. तुलनात्मक तालिका: AP बनाम GP
12. सिद्धांत सत्र का समापन

## 1. अनुक्रम और श्रृंखला का परिचय

एक **अनुक्रम** संख्याओं की एक क्रमबद्ध सूची है, जबकि एक **श्रृंखला** अनुक्रम के पदों का योग है। ये गणित में मूलभूत अवधारणाएँ हैं जिनका उपयोग भौतिकी, इंजीनियरिंग और अर्थशास्त्र जैसे विभिन्न क्षेत्रों में किया जाता है।

### अनुक्रमों के प्रकार

- समांतर श्रेणी (AP)
- गुणोत्तर श्रेणी (GP)

## 2. समांतर श्रेणी (AP)

### मुख्य अवधारणाएँ

एक **समांतर श्रेणी (AP)** एक ऐसा अनुक्रम है जिसमें किन्हीं दो क्रमागत पदों के बीच का अंतर स्थिर होता है।

### सूत्र

- $n$ वाँ पद:

$$t_n = a + (n - 1)d$$

- $a$ : प्रथम पद
- $d$ : सामान्य अंतर
- $n$ : पद संख्या
- प्रथम  $n$  पदों का योग:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

या

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

- $l$ : अंतिम पद

## महत्वपूर्ण गुणधर्म

- अनुक्रम का औसत, प्रथम और अंतिम पदों के औसत के बराबर होता है।
- AP में, मध्य पद (यदि पदों की संख्या विषम है) अनुक्रम का माध्य होता है।
- अनुक्रम की प्रकृति रैखिक होती है।

## उदाहरण

1. अनुक्रम 2, 5, 8, 11, 14 एक AP है जिसमें:

2. प्रथम पद  $a = 2$

3. सामान्य अंतर  $d = 3$

4. 5वाँ पद  $t_5 = 2 + (5 - 1) \cdot 3 = 14$

5. प्रथम 5 पदों का योग:

$$S_5 = \frac{5}{2}(2 + 14) = 40$$

6. अनुक्रम  $-3, -1, 1, 3, 5$  एक AP है जिसमें:

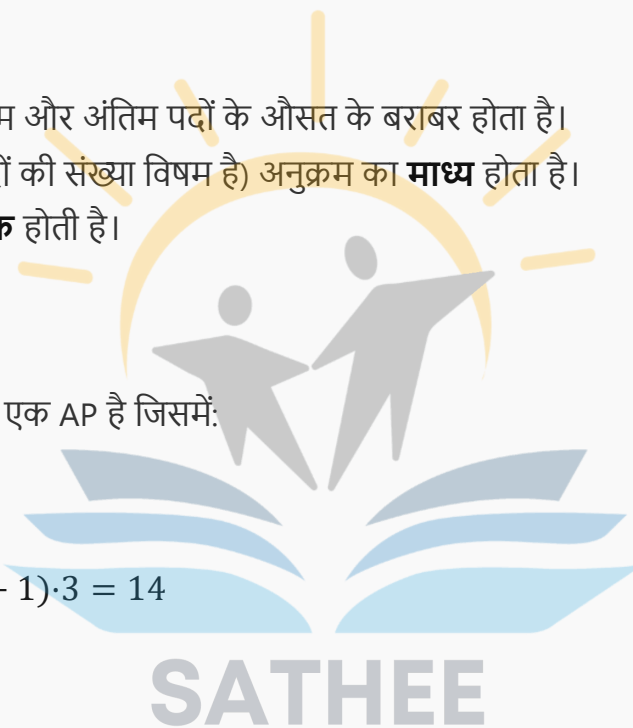
7. प्रथम पद  $a = -3$

8. सामान्य अंतर  $d = 2$

9. 5वाँ पद  $t_5 = -3 + (5 - 1) \cdot 2 = 5$

10. प्रथम 5 पदों का योग:

$$S_5 = \frac{5}{2}(-3 + 5) = 5$$



### 3. गुणोत्तर श्रेणी (GP)

#### मुख्य अवधारणाएँ

एक गुणोत्तर श्रेणी (GP) एक ऐसा अनुक्रम है जिसमें किन्हीं दो क्रमागत पदों का अनुपात स्थिर होता है।

#### सूत्र

- $n$ वाँ पद:

$$t_n = a \cdot r^{n-1}$$

- $a$ : प्रथम पद
- $r$ : सामान्य अनुपात
- $n$ : पद संख्या
- प्रथम  $n$  पदों का योग:

$$S_n = \begin{cases} a \cdot \frac{1-r^n}{1-r}, & r \neq 1 \\ n \cdot a, & r = 1 \end{cases}$$

- अनंत GP का योग (यदि  $|r| < 1$ ):

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

#### महत्वपूर्ण गुणधर्म

- अनुक्रम की प्रकृति **घातांकीय** होती है।
- $r$  के मान के आधार पर पद तेजी से बढ़ या घट सकते हैं।
- $r = 1$  के लिए, अनुक्रम स्थिर होता है।

#### उदाहरण

1. अनुक्रम 2, 6, 18, 54, 162 एक GP है जिसमें:
2. प्रथम पद  $a = 2$
3. सामान्य अनुपात  $r = 3$
4. 5वाँ पद  $t_5 = 2 \cdot 3^5 - 1 = 162$
5. प्रथम 5 पदों का योग:

$$S_5 = 2 \cdot \frac{1-3^5}{1-3} = 2 \cdot \frac{1-243}{-2} = 242$$

6. अनुक्रम  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$  एक GP है जिसमें:

7. प्रथम पद  $a = 1$

8. सामान्य अनुपात  $r = \frac{1}{2}$

9. अनंत पदों का योग:

$$S_\infty = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$

## 4. मुख्य सूत्रों का सारांश

अवधारणा	सूत्र
AP का $n$ वाँ पद	$t_n = a + (n-1)d$
AP के $n$ पदों का योग	$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$
GP का $n$ वाँ पद	$t_n = a \cdot r^{n-1}$
GP के $n$ पदों का योग	$S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$ ( $r \neq 1$ के लिए)
अनंत GP का योग	$S_\infty = \frac{a}{1-r}$ ( $ r  < 1$ के लिए)

## 5. तुलनात्मक तालिका: AP बनाम GP

विशेषता	समांतर श्रेणी (AP)	गुणोत्तर श्रेणी (GP)
सामान्य अंतर / अनुपात	स्थिर ( $d$ )	स्थिर ( $r$ )
पद सूत्र	$t_n = a + (n-1)d$	$t_n = a \cdot r^{n-1}$
योग सूत्र ( $n$ पद)	$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$	$S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$
अनंत पदों का योग	परिभाषित नहीं (जब तक $d \neq 0$ न हो)	$S_\infty = \frac{a}{1-r}$ ( $ r  < 1$ के लिए)
ग्राफ	रैखिक	घातांकीय