

अध्याय 6: त्रिभुज

6.1 परिचय

मुख्य अवधारणाएँ

- **त्रिभुज:** तीन भुजाओं, तीन शीर्षों और तीन कोणों वाला बहुभुज।
- **त्रिभुजों के प्रकार:**
- **विषमबाहु त्रिभुज:** सभी भुजाएँ और कोण असमान होते हैं।
- **समद्विबाहु त्रिभुज:** दो भुजाएँ बराबर होती हैं, और उनके सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
- **समबाहु त्रिभुज:** सभी भुजाएँ बराबर होती हैं, और प्रत्येक कोण 60° होता है।
- **कोण योग गुण:** त्रिभुज के आंतरिक कोणों का योग 180° होता है।
- **त्रिभुज सर्वांगसमता:** दो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं यदि उनकी संगत भुजाएँ और कोण बराबर हों (पिछले अध्यायों में शामिल)।

परीक्षा युक्तियाँ

- त्रिभुज के **मूल गुणों** (जैसे, कोण योग, प्रकार) पर ध्यान दें क्योंकि ये समरूपता और अन्य उन्नत विषयों की आधारशिला हैं।
- समस्याओं को कल्पना करने के लिए दिए गए भुजा लंबाई या कोणों वाले त्रिभुज बनाने का अभ्यास करें।

6.2 समरूप आकृतियाँ

मुख्य अवधारणाएँ

- **समरूप आकृतियाँ:** आकृतियाँ जिनका आकार समान होता है लेकिन आवश्यक नहीं कि आकार भी समान हो।
- **मुख्य गुण:**
 1. संगत कोण **बराबर** होते हैं।
 2. संगत भुजाएँ **समानुपात** में होती हैं।
- **समरूपता अनुपात:** यदि दो आकृतियाँ समरूप हैं, तो उनकी संगत भुजाओं का अनुपात स्थिर होता है।
- **उदाहरण:** यदि त्रिभुज $ABC \sim$ त्रिभुज PQR , तो $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$.

आरेख एवं उदाहरण

- **आरेख:** संगत कोणों को बराबर और भुजाओं को समानुपात में चिह्नित करके दो त्रिभुज।
- **उदाहरण:** 2 सेमी \times 3 सेमी और 4 सेमी \times 6 सेमी भुजाओं वाले दो आयत समरूप हैं (अनुपात = 1:2)।

परीक्षा युक्तियाँ

- याद रखें कि **समरूप आकृतियाँ** आवश्यक रूप से सर्वांगसम नहीं होती हैं।
- स्केलिंग (जैसे, मानचित्र, मॉडल) से जुड़ी समस्याओं को हल करने के लिए **भुजाओं के अनुपात** का उपयोग करें।

6.3 त्रिभुजों की समरूपता

मुख्य अवधारणाएँ

- समरूप त्रिभुज:** संगत कोण बराबर और भुजाएँ समानुपात में होने वाले त्रिभुज।
- प्रतीक: $\triangle ABC \sim \triangle PQR$.
- महत्व:** समरूप त्रिभुजों का उपयोग वास्तुकला, खगोल विज्ञान और इंजीनियरिंग जैसे वास्तविक जीवन के अनुप्रयोगों में किया जाता है।
- मुख्य प्रमेय:**
 - मूल समानुपातिकता प्रमेय (थेल्स प्रमेय):** यदि एक त्रिभुज की एक भुजा के समानांतर रेखा अन्य दो भुजाओं को प्रतिच्छेद करती है, तो वह उन्हें समानुपात में विभाजित करती है।
 - थेल्स प्रमेय का विलोम:** यदि एक रेखा त्रिभुज की दो भुजाओं को समानुपात में विभाजित करती है, तो वह तीसरी भुजा के समानांतर होती है।

परीक्षा युक्तियाँ

- समरूप त्रिभुजों की **परिभाषा** और उनके गुणों पर ध्यान दें।
- मूल समानुपातिकता प्रमेय** और उसके विलोम से संबंधित समस्याओं का अभ्यास करें।

6.4 त्रिभुजों की समरूपता के मानदंड

मुख्य मानदंड

- कोण-कोण (AA) समरूपता मानदंड:**
- यदि एक त्रिभुज के दो कोण किसी अन्य त्रिभुज के दो कोणों के बराबर हों, तो त्रिभुज समरूप होते हैं।
- उदाहरण: यदि $\angle A = \angle P$ और $\angle B = \angle Q$, तो $\triangle ABC \sim \triangle PQR$.
- भुजा-कोण-भुजा (SAS) समरूपता मानदंड:**
- यदि एक त्रिभुज की दो भुजाओं का अनुपात किसी अन्य त्रिभुज की दो भुजाओं के अनुपात के बराबर हो, और सम्मिलित कोण बराबर हों, तो त्रिभुज समरूप होते हैं।
- उदाहरण: $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$ और $\angle A = \angle P \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle PQR$.
- भुजा-भुजा-भुजा (SSS) समरूपता मानदंड:**
- यदि दो त्रिभुजों की सभी तीन संगत भुजाओं के अनुपात बराबर हों, तो त्रिभुज समरूप होते हैं।
- उदाहरण: $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle PQR$.

परीक्षा युक्तियाँ

- सामान्य प्रश्न:
- **AA, SAS, या SSS मानदंड** का उपयोग करके दो त्रिभुजों की समरूपता सिद्ध करें।
- अज्ञात भुजाओं या कोणों को ज्ञात करने के लिए समरूपता का उपयोग करें।
- सूत्र: समरूप त्रिभुजों के लिए, $\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta PQR \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$.

महत्वपूर्ण बिंदु

- **SSA या AAA मानदंड**: समरूपता सिद्ध करने के लिए मान्य नहीं हैं।
- **सर्वांगसम त्रिभुज**: समरूप त्रिभुजों का एक विशेष मामला जिसमें अनुपात 1:1 होता है।

6.5 सारांश

मुख्य निष्कर्ष

- **समरूप आकृतियाँ**: समान आकार, भिन्न आकार; संगत कोण बराबर, भुजाएँ समानुपात में।
- **समरूप त्रिभुज**: समरूप आकृतियों का विशेष मामला; समरूपता सिद्ध करने के लिए **AA, SAS, या SSS** मानदंड का उपयोग करें।
- **अनुप्रयोग**: स्केलिंग, मानचित्र और वास्तविक दुनिया की समस्याओं में उपयोग किया जाता है।
- **महत्वपूर्ण सूत्र**:
- क्षेत्रफलों का अनुपात = (भुजाओं का अनुपात)².
- मूल समानुपातिकता प्रमेय (थेल्स प्रमेय)।

परीक्षा युक्तियाँ

- तीनों समरूपता मानदंडों को अच्छी तरह से दोहराएँ।
- **क्षेत्रफलों के अनुपात** और **समानुपाती भुजाओं** से संबंधित समस्याओं का अभ्यास करें।
- त्रिभुजों के बीच संबंधों को कल्पना करने के लिए सभी समस्याओं के लिए आरेख बनाएँ।

}

निम्नलिखित में से कौन सा एक समबाहु त्रिभुज का गुण है?

1. [x] सभी कोण 60° होते हैं
2. [] दो भुजाएँ बराबर होती हैं
3. [] सभी भुजाएँ असमान होती हैं
4. [] एक कोण 90° होता है

किसी भी त्रिभुज के अंतः कोणों का योग क्या होता है?

1. ☐ 90°
2. ☐ 120°
3. ☒ 180°
4. ☐ 360°

भुजाओं की लंबाई के आधार पर निम्नलिखित में से कौन सा त्रिभुज का प्रकार नहीं है?

1. ☐ विषमबाहु
2. ☐ समद्विबाहु
3. ☐ समबाहु
4. ☒ समकोण

यदि दो त्रिभुज समरूप हैं, तो निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है?

1. ☐ इनके संगत कोण असमान हैं
2. ☐ इनकी संगत भुजाएं समानुपाती नहीं हैं
3. ☐ इनके आकार भिन्न हैं
4. ☒ इनके संगत कोण बराबर हैं

कौन सा समरूपता मानदंड बताता है कि यदि एक त्रिभुज के दो कोण दूसरे त्रिभुज के दो कोणों के बराबर हों, तो वे समरूप हैं?

1. ☐ SAS
2. ☐ SSS
3. ☒ AA
4. ☐ SSA

दो समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा यदि उनकी संगत भुजाओं का अनुपात 2:3 है?

1. ☐ 2:3
2. ☐ 4:9
3. ☒ $2^2:3^2$
4. ☐ $2^3:3^3$

मूल समानुपातिकता प्रमेय के अनुसार, यदि एक रेखा त्रिभुज की दो भुजाओं को समानुपात में विभाजित करती है, तो क्या निष्कर्ष निकाला जा सकता है?

1. ☐ रेखा तीसरी भुजा के लंबवत है
2. ☐ रेखा तीसरी भुजा के समानांतर है
3. ☒ रेखा किसी एक भुजा के समानांतर है
4. ☐ रेखा किसी एक भुजा के लंबवत है

निम्नलिखित में से कौन सा त्रिभुज समरूपता सिद्ध करने के लिए एक वैध मानदंड है?

1. ☐ SSA
2. ☐ AAA
3. ☒ SAS
4. ☐ SSA

यदि दो त्रिभुज सर्वांगसम हैं, तो उनकी समरूपता के बारे में क्या कहा जा सकता है?

1. ☐ वे समरूप नहीं हैं
2. ☐ वे समरूप हैं लेकिन सर्वांगसम नहीं हैं
3. ☒ वे 1:1 अनुपात में समरूप हैं
4. ☐ वे 2:1 अनुपात में समरूप हैं

निम्नलिखित में से कौन सा समरूप त्रिभुजों का एक अनुप्रयोग है?

1. ☐ वृत्त के क्षेत्रफल की गणना करना
2. ☒ मानचित्र या मॉडल को स्केल करना
3. ☐ घन के आयतन का पता लगाना
4. ☐ त्रिकोणमिति का उपयोग करके इमारत की ऊंचाई मापना {}

