

13. सांख्यिकी

13.1 परिचय

मुख्य अवधारणाएँ:

- **सांख्यिकी:** गणित की वह शाखा जो डेटा को एकत्रित, व्यवस्थित, विश्लेषण और व्याख्या करने से संबंधित है।
- **डेटा के प्रकार:**
 - **असमूहीकृत डेटा:** किसी वर्गीकरण के बिना कच्चा डेटा।
 - **समूहीकृत डेटा:** वर्ग अंतरालों में व्यवस्थित डेटा (जैसे, 0–10, 10–20)।
 - **केंद्रीय प्रवृत्ति:** माप जैसे **माध्य, माध्यिका** और **बहुलक** डेटा को सारांशित करने में मदद करते हैं।

परीक्षा सुझाव:

- समूहीकृत और असमूहीकृत डेटा के बीच अंतर को समझें।
- याद रखें कि समूहीकृत डेटा के लिए माध्य, माध्यिका और बहुलक की गणना के लिए विशिष्ट सूत्रों की आवश्यकता होती है।
- वास्तविक जीवन के परिवर्षों (जैसे ऊँचाई, वजन, आय) से जुड़ी समस्याओं का अभ्यास करें।

उदाहरण:

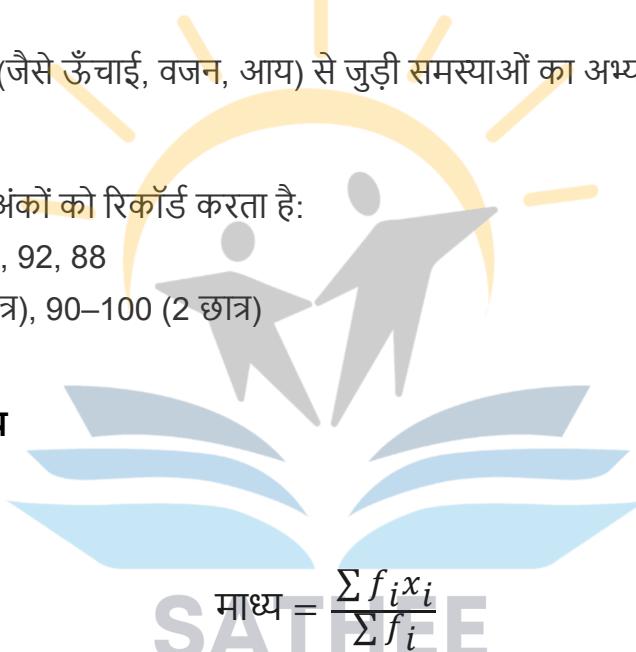
एक शिक्षक परीक्षा में छात्रों के अंकों को रिकॉर्ड करता है:

असमूहीकृत डेटा: 85, 90, 78, 92, 88

समूहीकृत डेटा: 80–90 (3 छात्र), 90–100 (2 छात्र)

13.2 समूहीकृत डेटा का माध्य

सूत्र:


$$\text{माध्य} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

जहाँ:

- f_i = वर्ग की बारंबारता
- x_i = वर्ग चिह्न (वर्ग अंतराल का मध्यबिंदु)

माध्य की गणना के तरीके:

1. प्रत्यक्ष विधि:

- प्रत्येक वर्ग चिह्न को उसकी बारंबारता से गुणा करें।
- गुणनफलों को जोड़ें और कुल बारंबारता से विभाजित करें।

1. कल्पित माध्य विधि:
2. एक कल्पित माध्य a चुनें।
3. $d_i = x_i - a$ की गणना करें।
4. सूत्र का प्रयोग करें:

$$\text{माध्य} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

5. पद-विचलन विधि:

6. एक सामान्य गुणक h (वर्ग चौड़ाई) चुनें।
7. $u_i = \frac{x_i - a}{h}$ की गणना करें।
8. सूत्र का प्रयोग करें:

$$\text{माध्य} = a + h \cdot \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$$

परीक्षा सुझाव:

- विभिन्न डेटासेट के साथ सभी तीन विधियों का अभ्यास करें।
- बड़े वर्ग अंतरालों (जैसे, 0–100) के लिए **पद-विचलन विधि** का उपयोग करें।
- गणनाओं को प्रत्यक्ष विधि से क्रॉस-चेक करके हमेशा सत्यापित करें।

उदाहरण:

वर्ग अंतराल: 0–10 (3), 10–20 (5), 20–30 (2)

वर्ग चिह्न: 5, 15, 25

$$\text{माध्य} = \frac{(3 \times 5) + (5 \times 15) + (2 \times 25)}{3 + 5 + 2} = \frac{15 + 75 + 50}{10} = 14$$

13.3 समूहीकृत डेटा का बहुलक

परिभाषा:

बहुलक वह मान है जो डेटासेट में सबसे अधिक बार आता है। समूहीकृत डेटा के लिए, यह **बहुलक वर्ग** होता है (सबसे अधिक बारंबारता वाला वर्ग)।

SATHEE

सूत्र:

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

जहाँ:

- l = बहुलक वर्ग की निचली सीमा
- f_1 = बहुलक वर्ग की बारंबारता
- f_0 = बहुलक वर्ग से पहले के वर्ग की बारंबारता
- f_2 = बहुलक वर्ग के बाद के वर्ग की बारंबारता
- h = वर्ग चौड़ाई

परीक्षा सुझाव:

- पहले बहुलक वर्ग (सबसे अधिक बारंबारता) की पहचान करें।
- याद रखें कि बहुलक **हमेशा अद्वितीय नहीं होता है** (द्विबहुलक या बहुबहुलक डेटासेट)।
- सूत्र का प्रयोग केवल समूहीकृत डेटा के लिए करें; असमूहीकृत डेटा के लिए सीधे बारंबारताओं को गिनें।

उदाहरण:

वर्ग अंतराल: 0–10 (3), 10–20 (5), 20–30 (2)

बहुलक वर्ग = 10–20 (बारंबारता = 5)

$$\text{बहुलक} = 10 + \left(\frac{5 - 3}{2 \times 5 - 3 - 2} \right) \times 10 = 10 + \left(\frac{2}{5} \right) \times 10 = 14$$

13.4 समूहीकृत डेटा की माध्यिका

परिभाषा:

माध्यिका क्रम में व्यवस्थित डेटासेट का मध्य मान होता है। समूहीकृत डेटा के लिए, इसकी गणना **माध्यिका वर्ग** का उपयोग करके की जाती है (वह वर्ग जहाँ संचयी बारंबारता $\frac{n}{2}$ से अधिक हो जाती है)।

सूत्र:

$$\text{माध्यिका} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

जहाँ:

- l = माध्यिका वर्ग की निचली सीमा
- n = कुल प्रेक्षणों की संख्या
- cf = माध्यिका वर्ग से पहले के वर्ग की संचयी बारंबारता
- f = माध्यिका वर्ग की बारंबारता
- h = वर्ग चौड़ाई

परीक्षा सुझाव:

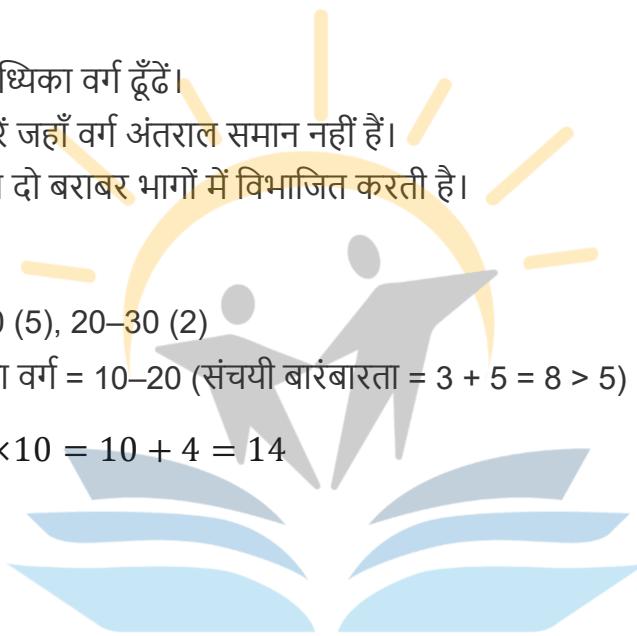
- पहले $\frac{n}{2}$ का उपयोग करके माध्यिका वर्ग ढूँढें।
- उन समस्याओं का अभ्यास करें जहाँ वर्ग अंतराल समान नहीं हैं।
- याद रखें कि माध्यिका डेटा को दो बराबर भागों में विभाजित करती है।

उदाहरण:

वर्ग अंतराल: 0–10 (3), 10–20 (5), 20–30 (2)

कुल $n = 10$, इसलिए माध्यिका वर्ग = 10–20 (संचयी बारंबारता = $3 + 5 = 8 > 5$)

$$\text{माध्यिका} = 10 + \left(\frac{5 - 3}{5} \right) \times 10 = 10 + 4 = 14$$



13.5 सारांश

मुख्य सूत्र:

1. माध्य:

- प्रत्यक्ष: $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
- कल्पित माध्य: $a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$
- पद-विचलन: $a + h \cdot \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$

1. माध्यिका:

$$l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

2. बहुलक:

$$l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

महत्वपूर्ण बिंदु:

- **माध्य** चरम मानों के प्रति संवेदनशील होता है।
- **माध्यिका** आउटलायर्स के प्रति प्रतिरोधी होती है।
- **बहुलक** श्रेणीबद्ध डेटा के लिए सर्वोत्तम होता है।
- सूत्रों को लागू करने से पहले हमेशा जांचें कि डेटा समूहीकृत है या असमूहीकृत।

परीक्षा सुझाव:

- NCERT अभ्यासों (जैसे, प्र. 2-5, अध्याय 14) का अभ्यास करें।
- सूत्रों और उनके घटकों को याद करें।
- माध्यिका/बहुलक वर्गों को स्थित करने के लिए संचयी बारंबारता के लिए आरेखों का उपयोग करें।

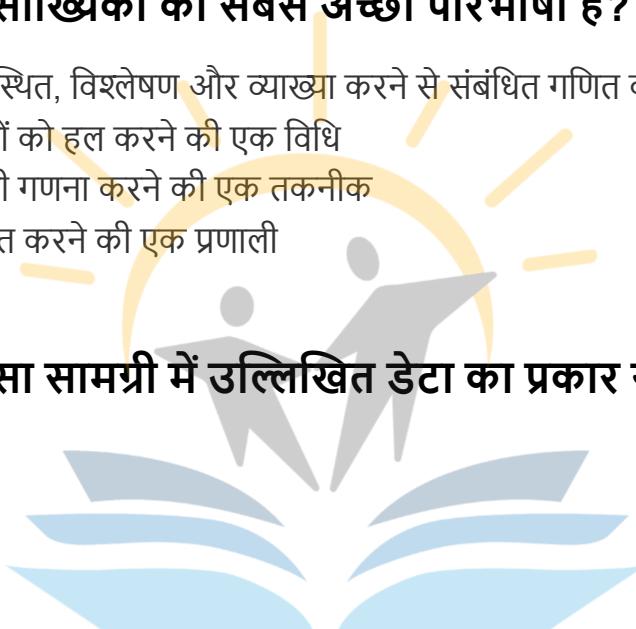
{}

निम्नलिखित में से कौन सांख्यिकी की सबसे अच्छी परिभाषा है?

1. [x] डेटा को एकत्रित, व्यवस्थित, विश्लेषण और व्याख्या करने से संबंधित गणित की एक शाखा
2. [] बीजगणितीय समीकरणों को हल करने की एक विधि
3. [] वक्रों के नीचे के क्षेत्रों की गणना करने की एक तकनीक
4. [] जीवित जीवों को वर्गीकृत करने की एक प्रणाली

निम्नलिखित में से कौन सा सामग्री में उल्लिखित डेटा का प्रकार नहीं है?

1. [] असमूहीकृत डेटा
2. [] समूहीकृत डेटा
3. [] श्रेणीबद्ध डेटा
4. [x] मात्रात्मक डेटा



बड़े वर्ग अंतराल वाले समूहीकृत डेटा के माध्य की गणना के लिए कौन सी विधि सबसे उपयुक्त है?

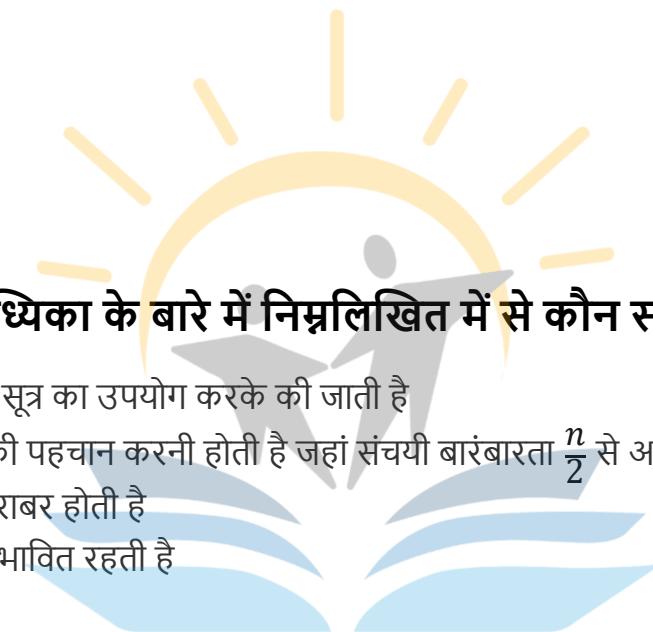
1. [] प्रत्यक्ष विधि
2. [] कल्पित माध्य विधि
3. [x] पद-विचलन विधि
4. [] माध्यिका गणना विधि

समूहीकृत डेटा के बहुलक का सूत्र क्या है?

1. $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$
2. $\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
3. $l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) \times h$
4. $\text{Mean} = a + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$

समूहीकृत डेटा के लिए, कौन सा माप माध्यिका वर्ग द्वारा निर्धारित किया जाता है?

1. माध्यिका
2. बहुलक
3. माध्य
4. परिसर



समूहीकृत डेटा की माध्यिका के बारे में निम्नलिखित में से कौन सा सत्य है?

1. इसकी गणना बहुलक सूत्र का उपयोग करके की जाती है
2. इसके लिए उस वर्ग की पहचान करनी होती है जहां संख्यी बारंबारता $\frac{n}{2}$ से अधिक हो जाती है
3. यह हमेशा माध्य के बराबर होती है
4. यह चरम मानों से अप्रभावित रहती है

दिए गए उदाहरण में, बहुलक की गणना के लिए किस सूत्र का उपयोग किया गया था?

1. माध्य के लिए प्रत्यक्ष विधि
2. $l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$
3. माध्य के लिए पद-विचलन विधि
4. माध्यिका वर्ग सूत्र

सारांश में किस माप को "आउटलायर्स के प्रति प्रतिरोधी" बताया गया है?

1. माध्य
2. माध्यिका
3. बहुलक
4. परिसर

बड़े वर्ग अंतरालों के लिए पद-विचलन विधि को क्यों प्राथमिकता दी जाती है?

- यह विचलनों के आकार को कम करके गणनाओं को सरल बनाती है
- यह प्रत्यक्ष विधि में बड़ी संख्याओं से निपटने से बचती है
- यह सुनिश्चित करती है कि परिणाम हमेशा एक पूर्णांक हो
- यह वर्ग चिह्नों की आवश्यकता को समाप्त कर देती है

समूहीकृत बनाम असमूहीकृत डेटा के बारे में निम्नलिखित में से कौन सा कथन सही है?

- असमूहीकृत डेटा हमेशा समूहीकृत डेटा से अधिक सटीक होता है
- समूहीकृत डेटा के लिए केंद्रीय प्रवृत्ति के मापों के लिए विशिष्ट सूत्रों की आवश्यकता होती है
- असमूहीकृत डेटा का उपयोग माध्यिका की गणना के लिए नहीं किया जा सकता
- समूहीकृत डेटा का विश्लेषण करना हमेशा असमूहीकृत डेटा की तुलना में आसान होता है {}

