

अध्याय 14: प्रायिकता

14.1 प्रायिकता — एक सैद्धांतिक दृष्टिकोण

मुख्य अवधारणाएँ एवं परिभाषाएँ

- **प्रयोग:** एक ऐसी प्रक्रिया जिसके सुपरिभाषित संभावित परिणाम हों।
- उदाहरण: सिक्का उछालना, पासा फेंकना।
- **परिणाम:** प्रयोग का एक संभावित निष्कर्ष।
- उदाहरण: सिक्का उछालने पर परिणाम **चित** या **पट** होते हैं।
- **नमूना समष्टि (S):** किसी प्रयोग के **सभी संभावित परिणामों** का समुच्चय।
- उदाहरण: पासा फेंकने के लिए, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ।
- **घटना:** नमूना समष्टि का एक उपसमुच्चय।
- उदाहरण: पासा फेंकने पर **सम संख्या** प्राप्त करना एक घटना है $E = \{2, 4, 6\}$ ।

सैद्धांतिक प्रायिकता

- **परिभाषा:** किसी घटना E की प्रायिकता निम्न सूत्र द्वारा दी जाती है:

$$P(E) = \frac{\text{घटना } E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल संभावित परिणामों की संख्या}}$$

- **शर्तें:**
- नमूना समष्टि के सभी परिणाम **समान रूप से संभावित** होने चाहिए।
- प्रयोग को **समान परिस्थितियों** में दोहराया जा सकता चाहिए।

महत्वपूर्ण बिंदु

1. **असंभव घटना:** ऐसी घटना जिसके **शून्य** अनुकूल परिणाम हों।
2. प्रायिकता: $P(E) = 0$ ।
3. उदाहरण: एक मानक पासे पर **7** आना।
4. **निश्चित घटना:** कोई घटना जो **अवश्य** घटित होगी।
5. प्रायिकता: $P(E) = 1$ ।
6. उदाहरण: एक मानक पासे पर ≤ 6 संख्या आना।
7. **प्रायिकता की सीमा:** किसी भी घटना E के लिए,

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

उदाहरण

1. सिक्का उछालना:
2. नमूना समष्टि: $S = \{H, T\}$.
3. चित आने की प्रायिकता: $P(H) = \frac{1}{2}$.
4. पासा फेंकना:
5. 3 का गुणज प्राप्त करने की प्रायिकता:

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणाम (3, 6)}}{\text{कुल परिणाम (6)}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

परीक्षा संबंधी सुझाव

- नमूना समष्टि और अनुकूल परिणामों की पहचान करने पर ध्यान दें।
- सरल घटनाओं (जैसे सिक्का, पासा) वाले प्रश्नों का अभ्यास करें।
- याद रखें: सैद्धांतिक प्रायिकता समान रूप से संभावित परिणामों को मानती है।
- गणना के लिए सूत्र $P(E) = \frac{\text{अनुकूल}}{\text{कुल}}$ का उपयोग करें।

14.2 सारांश

मुख्य तथ्य

- प्रायिकता किसी घटना के घटित होने की संभावना को मापती है।
- सैद्धांतिक प्रायिकता की गणना निम्न सूत्र द्वारा की जाती है:

$$P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}}$$

- नमूना समष्टि प्रायिकता गणना का आधार होती है।
- असंभव घटनाओं की प्रायिकता 0 होती है, और निश्चित घटनाओं की प्रायिकता 1 होती है।

महत्वपूर्ण सूत्र

1. $P(E) = \frac{E \text{ के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{S \text{ में कुल परिणामों की संख्या}}$
2. $0 \leq P(E) \leq 1$

सामान्य परीक्षा प्रश्न

1. सिक्का उछालने पर **चित** आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
2. एक पासे को एक बार फेंका जाता है। **अभाज्य संख्या** आने की प्रायिकता क्या है?
3. एक थैले में 5 लाल और 7 नीली गेंदें हैं। **लाल गेंद** निकालने की प्रायिकता क्या है?

}

निम्नलिखित में से कौन सा नमूना स्थान को परिभाषित करता है?

1. [x] किसी प्रयोग के सभी संभावित परिणामों का समुच्चय
2. [] किसी घटना के लिए अनुकूल परिणामों की संख्या
3. [] कुल परिणामों का एक उपसमुच्चय
4. [] किसी घटना के होने की प्रायिकता

किसी घटना E के लिए सैद्धांतिक प्रायिकता सूत्र क्या है?

1. [] $P(E) = \frac{\text{Total outcomes}}{\text{Favorable outcomes}}$
2. [x] $P(E) = \frac{\text{Favorable outcomes}}{\text{Total outcomes}}$
3. [] $P(E) = \frac{\text{Total outcomes} + \text{Favorable outcomes}}{2}$
4. [] $P(E) = \text{Total outcomes} \times \text{Favorable outcomes}$

निम्नलिखित में से कौन सी एक असंभव घटना का उदाहरण है?

1. [] एक मानक पासे पर 6 आना
2. [] एक मानक ताश के पत्तों से लाल पत्ता निकालना
3. [x] एक मानक पासे पर 7 आना
4. [] सिक्का उछालने पर चित आना

एक मानक पासे को घुमाने पर एक अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता क्या है?

1. [] $\frac{1}{6}$
2. [x] $\frac{1}{2}$
3. [] $\frac{1}{3}$
4. [] $\frac{2}{3}$

निम्नलिखित में से कौन सा कथन किसी भी घटना E की प्रायिकता की सीमा को सही ढंग से वर्णित करता है?

1. ☐ $P(E) < 0$
2. ☐ $P(E) > 1$
3. ☒ $0 \leq P(E) \leq 1$
4. ☐ $P(E) = 0$ या $P(E) = 1$ केवल

एक थैले में 5 लाल और 7 नीली गेंदें हैं। लाल गेंद निकालने की प्रायिकता क्या है?

1. ☐ $\frac{5}{7}$
2. ☒ $\frac{5}{12}$
3. ☐ $\frac{7}{12}$
4. ☐ $\frac{12}{5}$

निम्नलिखित में से कौन सी एक निश्चित घटना है?

1. ☐ पासे पर 6 से अधिक संख्या आना
2. ☐ पासे पर 1 से कम संख्या आना
3. ☒ एक मानक पासे पर ≤ 6 संख्या आना
4. ☐ सिक्का उछालने पर चित आना

प्रायिकता के संदर्भ में, "घटना" क्या है?

1. ☐ किसी प्रयोग का एकमात्र संभावित परिणाम
2. ☐ नमूना स्थान में कुल परिणामों की संख्या
3. ☒ नमूना स्थान का एक उपसमुच्चय
4. ☐ किसी परिणाम के होने की प्रायिकता

सैद्धांतिक प्रायिकता के लिए निम्नलिखित में से कौन सी शर्त आवश्यक नहीं है?

1. ☒ प्रयोग समान परिस्थितियों में दोहराया जा सकना चाहिए
2. ☐ सभी परिणाम समान रूप से संभावित होने चाहिए
3. ☐ नमूना स्थान परिमित होना चाहिए
4. ☐ घटना नमूना स्थान का उपसमुच्चय होनी चाहिए

एक निष्पक्ष सिक्के को उछालने पर चित या पट आने की प्रायिकता क्या है?

1. $\left[\frac{1}{2}\right]$
2. $\left[\frac{1}{4}\right]$
3. $\left[\frac{1}{8}\right]$
4. $[x] 1 \{\}$

