

अध्याय 5: अंकगणितीय श्रेढ़ियाँ

5.1 परिचय

मुख्य अवधारणाएँ

- **अंकगणितीय श्रेणी (AP):** एक ऐसा अनुक्रम जहाँ लगातार पदों के बीच का अंतर स्थिर होता है।
- **सार्व अंतर (d):** किन्हीं दो लगातार पदों के बीच का निश्चित अंतर।
- **वास्तविक जीवन के उदाहरण:**
 - एक निश्चित राशि से बढ़ती मासिक बचत।
 - समान ऊँचाई वाली सीढ़ियों के चरण।
 - नियमित अंतराल पर तापमान परिवर्तन।

महत्वपूर्ण परिभाषाएँ

- **अनुक्रम:** संख्याओं की एक क्रमबद्ध सूची।
- **श्रेणी:** एक अनुक्रम के पदों का योग।

परीक्षा युक्तियाँ

- अनुक्रम और श्रेणी के बीच अंतर को समझें।
- सार्व अंतर जाँचकर दिए गए अनुक्रम के AP होने की पहचान करने का अभ्यास करें।

5.2 अंकगणितीय श्रेणी

परिभाषा

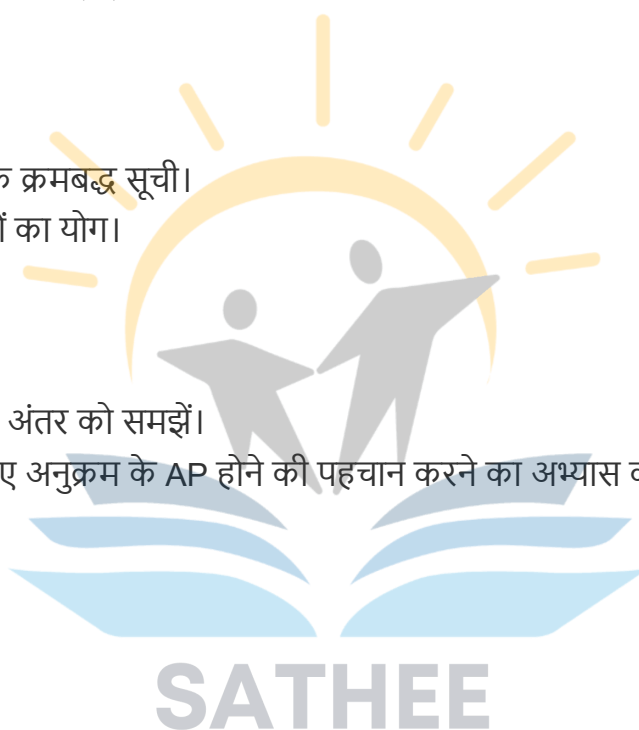
एक **अंकगणितीय श्रेणी (AP)** संख्याओं का एक अनुक्रम है जहाँ पहले पद के बाद प्रत्येक पद पूर्ववर्ती पद में एक स्थिर अंतर जोड़कर प्राप्त किया जाता है।

AP का सामान्य रूप

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, \dots$$

- **a:** प्रथम पद

- **d:** सार्व अंतर



मुख्य विशेषताएँ

- किन्हीं दो लगातार पदों के बीच का अंतर **स्थिर** होता है।
- यदि $d > 0$, तो AP बढ़ता हुआ है।
- यदि $d < 0$, तो AP घटता हुआ है।
- यदि $d = 0$, तो सभी पद समान हैं (स्थिर अनुक्रम)।

उदाहरण

अनुक्रम: **3, 7, 11, 15, 19**

- सार्व अंतर: $7 - 3 = 4$, $11 - 7 = 4$, आदि।

परीक्षा युक्तियाँ

- AP के सामान्य रूप को याद रखें।
- ऐसी समस्याओं का अभ्यास करें जहाँ आपको सार्व अंतर ढूँढना हो या जाँचना हो कि कोई अनुक्रम AP है या नहीं।

5.3 AP का n वाँ पद

सूत्र

AP के n वें पद (a_n) का सूत्र है:

$$a_n = a + (n - 1)d$$

- a : प्रथम पद
- d : सार्व अंतर
- n : अनुक्रम में पद की स्थिति

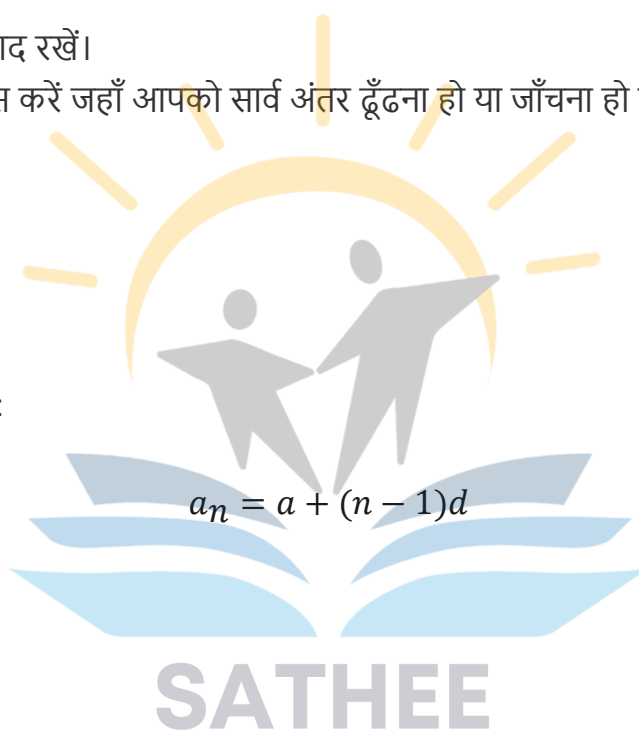
n वाँ पद ज्ञात करने के चरण

1. प्रथम पद (a) और सार्व अंतर (d) की पहचान करें।
2. सूत्र में मानों को प्रतिस्थापित करें।
3. आवश्यक पद ज्ञात करने के लिए सरल करें।

उदाहरण

AP **2, 5, 8, 11, ...** का 10वाँ पद ज्ञात करें।

- $a = 2$, $d = 3$, $n = 10$
- $a_{10} = 2 + (10 - 1) \times 3 = 2 + 27 = 29$



विशेष स्थिति

यदि $a_n = 0$, तो पद शून्य है।

परीक्षा युक्तियाँ

- n के विभिन्न मानों के लिए n वाँ पद ज्ञात करने का अभ्यास करें।
- ऐसी समस्याएँ हल करें जहाँ n वाँ पद दिए होने पर प्रथम पद या सार्व अंतर ज्ञात करना हो।

5.4 AP के प्रथम n पदों का योग

सूत्र

प्रथम n पदों का योग (S_n) है:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

या समकक्ष:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

- a : प्रथम पद
- l : अंतिम पद ($l = a + (n-1)d$)
- n : पदों की संख्या

योग की गणना के चरण

1. a , d , और n की पहचान करें।
2. सूत्र $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ का उपयोग करें।
3. कुल योग ज्ञात करने के लिए सरल करें।

उदाहरण

AP **2, 5, 8, 11, ...** के प्रथम 10 पदों का योग ज्ञात करें।

- $a = 2$, $d = 3$, $n = 10$

$$- S_{10} = \frac{10}{2}[2(2) + (10-1) \times 3] = 5[4 + 27] = 5 \times 31 = 155$$

वैकल्पिक विधि

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$ का उपयोग करके:

- अंतिम पद (l) = $2 + (10 - 1) \times 3 = 29$

- $S_{10} = \frac{10}{2}(2 + 29) = 5 \times 31 = 155$

परीक्षा युक्तियाँ

- AP के योग के दोनों सूत्र याद रखें।
- ऐसी समस्याओं का अभ्यास करें जहाँ प्रथम और अंतिम पद या सार्व अंतर देकर योग ज्ञात करना हो।

5.5 सारांश

मुख्य सूत्र

1. **nवाँ पद:** $a_n = a + (n - 1)d$
2. **n पदों का योग:**
3. $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
4. $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

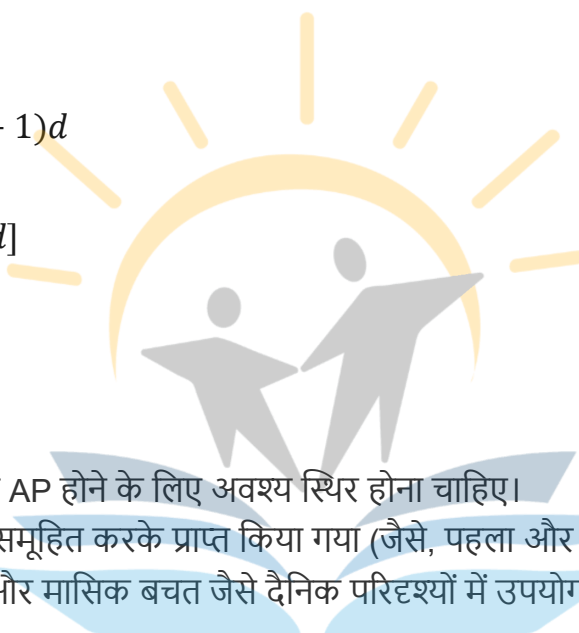
महत्वपूर्ण अवधारणाएँ

- **सार्व अंतर (d):** अनुक्रम के AP होने के लिए अवश्य स्थिर होना चाहिए।
- **योग सूत्र:** पदों को जोड़े में समूहित करके प्राप्त किया गया (जैसे, पहला और अंतिम, दूसरा और दूसरा-अंतिम)।
- **अनुप्रयोग:** वित्त, भौतिकी और मासिक बचत जैसे दैनिक परिदृश्यों में उपयोग किया जाता है।

परीक्षा युक्तियाँ

- nवें पद और AP के योग के सूत्रों की पूरी तरह से पुनरावृत्ति करें।
- ऐसी समस्याओं को हल करने का अभ्यास करें जो दोनों अवधारणाओं को जोड़ती हैं (जैसे, विशिष्ट शर्तों के तहत AP में पदों का योग ज्ञात करना)।
- समस्या के संदर्भ और इकाइयों पर ध्यान दें (जैसे, क्या पद धन, दूरी आदि को दर्शाते हैं)।

}



SATHEE

निम्नलिखित में से कौन-सा अनुक्रम अंकगणितीय श्रेणी का उदाहरण है?

1. ☒ 3, 7, 11, 15, 19
2. ☐ 2, 4, 8, 16, 32
3. ☐ 5, 10, 20, 40, 80
4. ☐ 1, 3, 6, 10, 15

AP: 2, 5, 8, 11, ... में सार्व अंतर क्या है?

1. ☐ 2
2. ☒ 3
3. ☐ 4
4. ☐ 5

यदि AP का पहला पद 5 है और सार्व अंतर 0 है, तो यह किस प्रकार का अनुक्रम है?

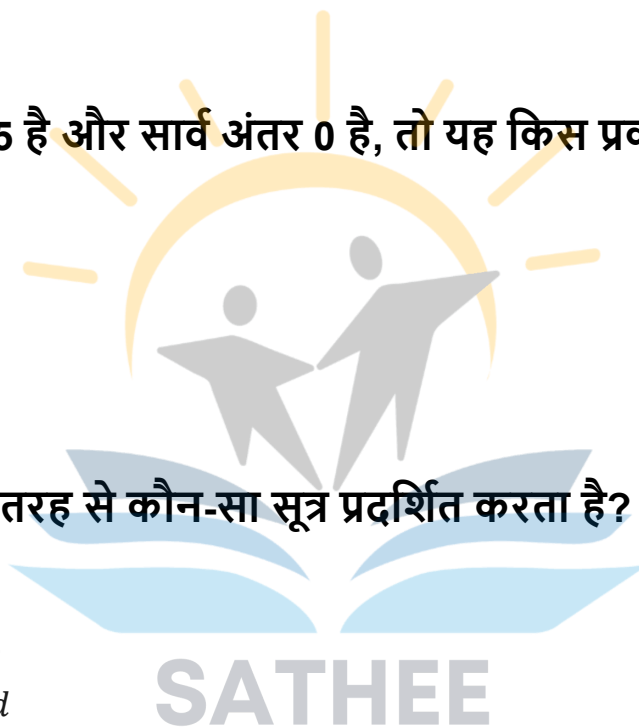
1. ☐ बढ़ता हुआ
2. ☐ घटता हुआ
3. ☒ स्थिर
4. ☐ दोलन करने वाला

AP के n वें पद को सही तरह से कौन-सा सूत्र प्रदर्शित करता है?

1. ☐ $a_n = a + nd$
2. ☐ $a_n = a + n(d + 1)$
3. ☒ $a_n = a + (n - 1)d$
4. ☐ $a_n = a + (n + 1)d$

AP: 2, 5, 8, 11, ... का 10वाँ पद क्या है?

1. ☐ 27
2. ☒ 29
3. ☐ 31
4. ☐ 33



AP के प्रथम n पदों के योग की गणना के लिए किस सूत्र का प्रयोग किया जाता है?

- ☐ $S_n = \frac{n}{2}[a + l]$
- ☒ दोनों $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$ और $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$
- ☐ $S_n = n(a + d)$
- ☐ $S_n = \frac{n}{2}[a + (n - 1)d]$

यदि पहला पद 2 है और सार्व अंतर 3 है, तो प्रथम 10 पदों का योग क्या है?

- ☐ 150
- ☒ 155
- ☐ 160
- ☐ 165

निम्नलिखित में से कौन-सी वास्तविक जीवन परिस्थिति अंकगणितीय श्रेणी को सबसे अच्छी तरह प्रदर्शित करती है?

- ☐ एक बंद वातावरण में जनसंख्या वृद्धि
- ☒ एक निश्चित राशि से बढ़ती मासिक बचत
- ☐ रेडियोधर्मी क्षय
- ☐ कल्चर में बैक्टीरियल ग्रोथ

यदि AP में $a_n = 0$ है, तो यह क्या दर्शाता है?

- ☐ अनुक्रम घट रहा है
- ☐ अनुक्रम बढ़ रहा है
- ☒ पद शून्य है
- ☐ सार्व अंतर शून्य है

AP: 2, 5, 8, 11, ..., जिसमें 10 पद हैं, का अंतिम पद (l) क्या है?

- ☐ 28
- ☒ 29
- ☐ 30
- ☐ 31