

अध्याय सारांश: संभावना - सप्रतिबंध संभाव्यता और स्वतंत्रता

परिचय

यह अध्याय **सप्रतिबंध संभाव्यता** और **स्वतंत्र घटनाओं** की अवधारणा पर केंद्रित है, जो संभाव्यता सिद्धांत में मूलभूत हैं। यहक अन्वेषण करता है कि कैसे दी गई शर्तों के तहत घटनाओं की संभावनाओं की गणना की जाए और यह निर्धारित किया जाए कि क्या कोई घटनाएं स्वतंत्र हैं, जो संभाव्यता गणनाओं को सरल बनाती है।

अध्याय सारांश: संभावना - सप्रतिबंध संभाव्यता और स्वतंत्रता

परिचय

यह अध्याय **सप्रतिबंध संभाव्यता** और **स्वतंत्र घटनाओं** की अवधारणा पर केंद्रित है, जो संभाव्यता सिद्धांत में मूलभूत हैं। यहक अन्वेषण करता है कि कैसे दी गई शर्तों के तहत घटनाओं की संभावनाओं की गणना की जाए और यह निर्धारित किया जाए कि क्या कोई घटनाएं स्वतंत्र हैं, जो संभाव्यता गणनाओं को सरल बनाती है।

मुख्य अवधारणाएँ और सूत्र

1. सप्रतिबंध संभाव्यता

- **परिभाषा:** किसी घटना के घटित होने की संभावना जबकि कोई अन्य घटना पहले ही घटित हो चुकी हो।
- सूत्र:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (\text{जहाँ } P(B) > 0)$$

- उदाहरण:

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) \quad (\text{यदि A और B स्वतंत्र हैं})$$

2. स्वतंत्र घटनाएँ

- **परिभाषा:** दो घटनाएँ स्वतंत्र कहलाती हैं यदि एक की घटना दूसरे की संभावना को प्रभावित नहीं करती है।
- सूत्र:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- **निहितार्थ:** यदि घटनाएँ स्वतंत्र हैं, तो सप्रतिबंध संभावनाएँ मूल संभावनाओं में सरल हो जाती हैं।

3. पूरक घटनाएँ

- **परिभाषा:** किसी भी घटना A के लिए, इसका पूरक A' "not A" घटना को प्रदर्शित करता है।
- सूत्र:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

- उदाहरण:

$$P\left(\frac{A'}{B}\right) = \frac{P(A') \cdot P(B)}{P(B)} = P(A') = 1 - P(A)$$

महत्वपूर्ण प्रमेय और गुण

1. स्वतंत्र घटनाओं के लिए गुणन नियम

- यदि A और B स्वतंत्र हैं:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

- यह नियम संयुक्त संभावना गणना को सरल बनाता है जब स्वतंत्रता स्थापित होती है।

2. पूरकों की स्वतंत्रता

- यदि A और B स्वतंत्र हैं, तो:
- A' और B स्वतंत्र हैं।
- A' और B' स्वतंत्र हैं।
- A और B' स्वतंत्र हैं।
- यह गुण स्वतंत्रता को पूरक घटनाओं तक विस्तारित करने की अनुमति देता है।

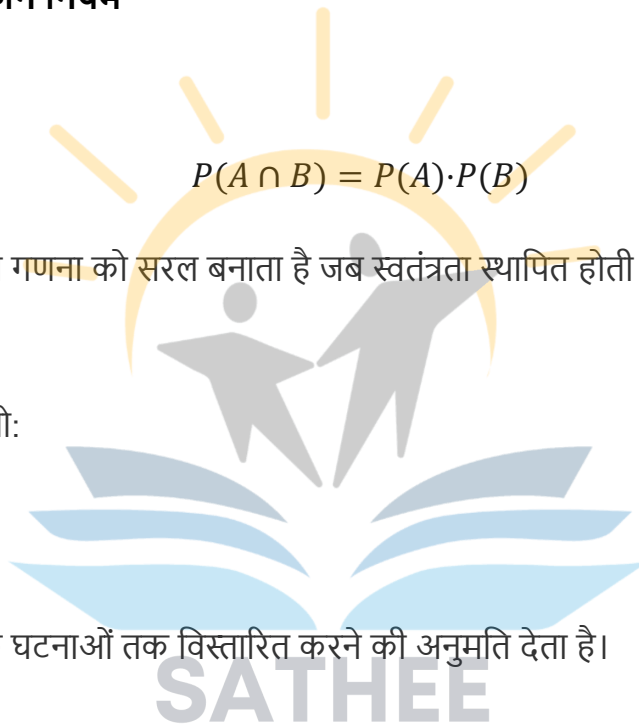
उदाहरण अनुप्रयोग

समस्या:

दिया गया:

- $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, और $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$.

- जाँचें कि क्या A और B स्वतंत्र हैं।



हल:

- स्वतंत्रता की जाँच:

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \neq \frac{1}{4} \quad (\text{स्वतंत्र नहीं})$$

- **रुकिए!** सामग्री में उदाहरण वास्तव में **स्वतंत्रता** दिखाता है। मैं उदाहरण को सही ढंग से पुनर्व्यक्त करता हूँ:
मान लें $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, और $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$.

तब:

$$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = P(A \cap B)$$

→ **A और B स्वतंत्र हैं।**

आगे की गणनाएँ:

$$- P\left(\frac{A'}{B}\right) = P(A') = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$- P\left(\frac{B'}{A}\right) = P(B') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

अवधारणाओं के बीच संबंध

1. स्वतंत्रता और सप्रतिबंध संभाव्यता:

2. यदि A और B स्वतंत्र हैं, तो $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A)$ और $P\left(\frac{B}{A}\right) = P(B)$ ।

3. पूरक और स्वतंत्रता:

4. A और B की स्वतंत्रता उनके पूरकों की स्वतंत्रता को दर्शाती है।

5. **जटिल संभावनाओं का सरलीकरण:**

6. स्वतंत्रता संयुक्त संभावनाओं को गुणनफलों में विभाजित करने की अनुमति देती है, जिससे गणनाएँ सरल हो जाती हैं।

निष्कर्ष

यह अध्याय संभाव्यता सिद्धांत में **सप्रतिबंध संभाव्यता** और **स्वतंत्रता** के महत्व पर बल देता है। मुख्य तथ्यों में शामिल हैं:

- सूत्र $P\left(\frac{A}{B}\right)$ का उपयोग करके सप्रतिबंध संभावनाओं की गणना करना।

- स्वतंत्र घटनाओं को $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ संबंध के माध्यम से पहचानना।

- पूरक घटनाओं पर स्वतंत्रता गुणों को लागू करना और जटिल संभाव्यता समस्याओं को सरल बनाना।

ये अवधारणाएँ उन्नत संभाव्यता और सांख्यिकी के लिए मूलभूत हैं, जो वास्तविक दुनिया के परिदृश्यों के कुशल विश्लेषण को संभव बनाती हैं।